

EMO InfoTech No. 4

Een analytische aanpak voor het oplossen
van motortrillingsproblemen

Een analytische aanpak voor het oplossen van motortrillingsproblemen

Door William R. Finley
 Marc M. Hodowanec
 Warren G. Holter
 Industrial Products Div.
 Siemens Energy & Automation, Inc.
 Norwood (OH), USA .

Opmerking UNETO-VNI: Omdat dit stuk een vertaling betreft, wordt erin een aantal paragrafen naar Amerikaanse normeringen verwezen (NEMA, API etc). Er zijn relevante IEC normen waar overeenkomstige informatie instaat. In de meeste gevallen staan de relevante bepalingen in delen van de IEC 34.

Samenvatting

Trillingsproblemen bij inductiemotoren kunnen extreem hinderlijk zijn en kunnen leiden tot een sterk verminderde betrouwbaarheid. Het is bij alle werkzaamheden en in alle fabricageprocessen noodzakelijk stilstandtijd te vermijden of tot een minimum te beperken. Als zich een probleem voordoet is de bron van het probleem snel gevonden en gecorrigeerd. Met de juiste kennis en diagnostische procedures is het normaal gesproken mogelijk de oorzaak van de trilling snel te lokaliseren. Maar al te vaak worden er verkeerde conclusies getrokken omdat de hoofdoorzaak van de trilling niet wordt doorgrond. Dit kan tot gevolg hebben dat wordt geprobeerd een onjuist gediagnosticeerd probleem te verhelpen, waarbij een aanzienlijke hoeveelheid tijd en geld in het proces worden gestoken. Door gebruik te maken van de juiste verzameling gegevens en analysetechnieken kan de werkelijke bron van de trilling aan het licht komen. Het kan hierbij - onder meer - gaan om:

- elektrische onbalans
- mechanische onbalans - motor, koppeling of aangedreven apparaten
- mechanische effecten - speling, wrijving, lagers, enz.
- externe effecten - basis, aangedreven apparaten, foutieve uitlijning, enz.
- resonantie, kritische toerentallen, reedkritische frequentie, enz.

Als de elektrische en mechanische interacties in een motor eenmaal worden doorgrond en de invloed van externe componenten op de duidelijk aanwezige motortrilling bekend is, zal het doorgaan niet meer moeilijk zijn vast te stellen welk onderdeel de oorzaak is van het probleem. Deze Infotech biedt een analytische benadering om dit soort problemen vlot te doorzien en op te lossen.

I. Inleiding

Er is in de loop der jaren al veel geschreven over trillingen; heel veel artikelen en boeken bijvoorbeeld over trillingen in het algemeen en een aantal artikelen over trillingen in inductiemotoren in het bijzonder. Het is een onderwerp dat ons blijft bezighouden en dat voortdurend wordt uitgebreid doordat er vooruitgang wordt geboekt op het gebied van analytische en diagnostische hulpmiddelen en methoden. Daarom, en vanwege het belang en de complexiteit van het onderwerp, is het de moeite waard om peri-

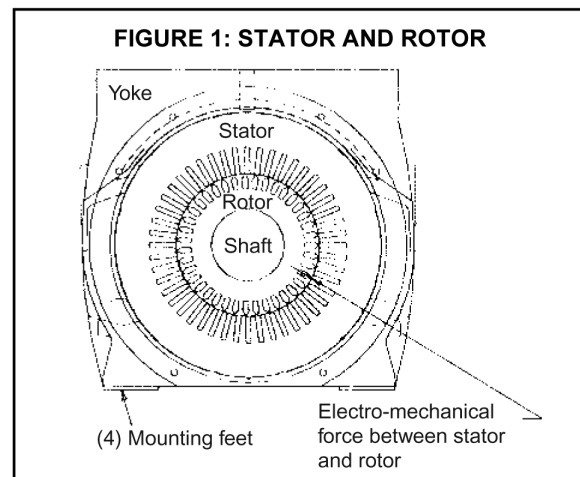
odiek zowel de nieuw vergaarde kennis en ervaringen te presenteren als eerdere kennis en ideeën te evalueren.

Trillingsproblemen kunnen zich op elk moment tijdens de installatie of het draaien van een motor voordoen. Als het gebeurt, is het normaal gesproken essentieel dat er snel wordt gereageerd om het probleem op te lossen. Als het probleem niet snel wordt opgelost, kan de motor ofwel op termijn schade oplopen of direct defect raken, waarbij dit laatste natuurlijk

meteen leidt tot productieverlies. Productieverlies is meestal de grootste zorg. Om een trillingsprobleem op te lossen moet er onderscheid worden gemaakt tussen oorzaak en gevolg. Wil dit mogelijk zijn moet eerst de hoofdoorzaak van de trilling worden doorgrond. Met andere woorden, waar komt de kracht vandaan? Is de trillingskracht de directe oorzaak van de sterke trillingen of is er sprake van resonantie die de trillingsrespons versterkt? Misschien is de draagconstructie gewoon niet stijf genoeg om de verplaatsing tot een minimum te beperken. In dit artikel worden de verschillende bronnen van elektrische en magnetische krachten toegelicht. Bovendien wordt uitgelegd hoe de motor reageert en/of deze kracht overdraagt en hoe deze kracht kan worden versterkt of verzwakt. Als een trillingsprobleem zich voordoet is het van belang dat er gebruik wordt gemaakt van een goede, systematische, analytische aanpak om het probleem op te lossen. Hierbij gaat het onder meer om het uitvoeren van de juiste diagnostische tests. Het proces begint bij het inventariseren van alle mogelijke oorzaken van de specifieke vastgestelde trillingsfrequentie en eventuele variaties onder verschillende bedrijfsomstandigheden. Sluit vervolgens de onjuiste oorzaken een voor een uit totdat de werkelijke bron van het probleem overblijft. Deze kan nu efficiënt worden weggenomen.

II. Trillingsbronnen

In inductiemotoren zijn veel elektrische en mechanische krachten aanwezig die trillingen kunnen veroorzaken. Bovendien maakt de interactie tussen deze verschillende krachten het moeilijk de hoofdoorzaak vast te stellen.



Figuur 1. Stator en rotor

Yoke = Juk

Stator = Stator

Rotor = Rotor

Shaft = As

(4) Montagevoet Elektromechanische kracht tussen stator en rotor

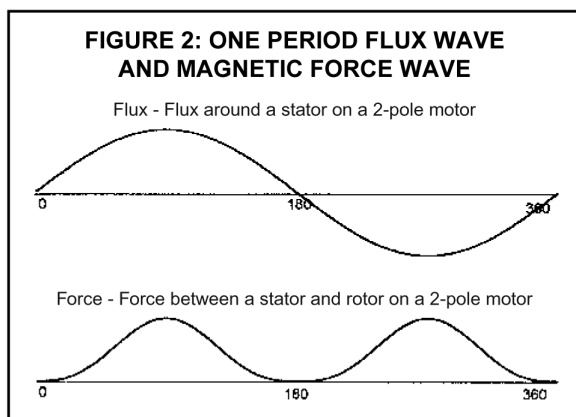
In de paragrafen hieronder worden de belangrijkste mechanismen besproken. Voor een uitgebreider overzicht van elektrisch en mechanisch geïnduceerde trillingen kan tabel 1 worden geraadpleegd (zie de laatste pagina's van deze InfoTech uitgave).

Trilling met twee keer de lijnfrequentie

Er zijn veel verschillende krachten en interacties als gevolg van de voedingsspanning en de interacties tussen de stator en de rotor, zoals te zien is in figuur 1. De voedingsspanning is een sinusvormige spanning die in elke cyclus wisselt tussen de positieve en de negatieve piekspanning. Veel verschillende problemen - elektrisch dan wel mechanisch van aard - kunnen trillingen veroorzaken bij dezelfde of bij vergelijkbare frequenties. Er moet dan ook goed worden gekeken om onderscheid te kunnen maken tussen de werkelijke bronnen van de trillingen.

Een voeding produceert een elektromagnetische aantrekkingskracht tussen de stator en de rotor die op zijn grootst is als de in de stator lopende magnetisatiestroom zich op dat moment op zijn

positieve of zijn negatieve maximum bevindt. Het gevolg is dat er twee piekkrachten zijn tijdens elke cyclus van de spannings- en de stroomgolf, welke nul zijn op het moment waarop de stroom- en de grondgolf van de flux de nul passeren zoals getoond in figuur 2. Dit resulteert in een trillingsfrequentie die gelijk is aan twee keer de frequentie van de voedingsspanning (twee keer de lijnfrequentie dus). Deze specifieke frequentie is uiterst gevoelig voor de vlakheid van de motorvoet, de stijfheid van het motorhuis en de grondplaat en de consistentie van de luchtspleet tussen de stator en de rotor, rondom de statorboring. Ook wordt hij beïnvloed door de excentriciteit van de rotor.



Figuur 2. Golfbeweging van de flux (één periode) en golfbeweging van de magnetische kracht
 Flux - flux rondom de stator van een tweepolige motor
 Kracht - kracht tussen de stator en de rotor van een tweepolige motor

Sommige mensen gaan uit van de onjuiste veronderstelling dat trilling met twee keer de lijnfrequentie varieert met de belasting. Deze misvatting komt voort uit het geloof dat de opwekking van trillingen met twee keer de lijnfrequentie te wijten is aan een magnetisch veld dat wordt gegenereerd door de stroom in de statorspoel die varieert met de belasting en een magnetische kracht tot stand brengt die varieert met het kwadraat van de belastingsstroom. In werkelijkheid houden de ampèrewindingen van de stator en de rotor elkaar gewoonlijk in balans, met

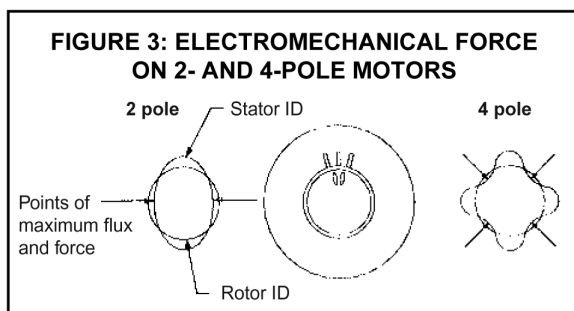
uitzondering van de bekrachtigingsampèrewindingen. Om dit inzichtelijk te maken voor degenen die niet bekend zijn met de theorie rond elektromotoren: de bekrachtigingsampèrewindingen worden gecreëerd door de nullaststroom van de motor. Deze brengt het magnetische veld in de motor tot stand dat noodzakelijk is voor het genereren van een tegen-e.m.k. die ongeveer gelijk is aan de aangebrachte spanning. Zodra de motor wordt belast, nemen de stator- en de rotorstroom beide toe en houden elkaar in evenwicht; daarom zijn er geen noemenswaardige veranderingen in de flux. Dit betekent dat de fundamentele magnetische krachten onafhankelijk zijn van de belastingsstroom en bij nullast en bij vollast vrijwel gelijk zijn. Daarom wordt de hoofdcomponent van trillingen met twee keer de lijnfrequentie tot stand gebracht door een ongebalanceerde magnetische aantrekking die te wijten is aan de asymmetrie van de luchtspleet en niet verandert met de belasting.

Op tweepolige motoren zal het niveau van de trillingen met twee keer de lijnfrequentie in de tijd blijken te moduleren als gevolg van de nauwe relatie van deze trillingen met trillingen met dubbele rotatiefrequentie. Problemen in een motor zoals onderdelen die aanlopen, losse onderdelen, een kromme as of elliptische lagerpassingenhalzen kunnen trillingen veroorzaken met twee keer de rotatiefrequentie. Vanwege de nabijheid in frequentie van de trilling met twee keer de lijnfrequentie zullen de twee niveaus elkaar versterken (bij elkaar worden opgeteld) als zij in fase zijn en elkaar verzwakken (van elkaar worden afgetrokken) als zij uit fase zijn, waarna zij elkaar weer versterken als zij weer in fase zijn. Deze modulatie herhaalt zich met een frequentie van twee keer de slip op tweepolige motoren. Zelfs bij nullast zullen trillingen met dubbele rotatiefrequentie op tweepolige motoren variëren van 6.000 cpm (100 Hz) als gevolg van slip. Omdat er bij inductiemotoren sprake is van enige slip, zij het weinig bij nullast, kan het vijf tot vijftien minuten duren om één omwenteling te slippen. Voor degenen onder u die niet bekend zijn met de term slip: er bevindt zich een draaiveld rondom de stator waarmee de rotor in fase probeert te blijven, maar de rotor zal afhankelijk van de belasting een aantal omwentelingen per minuut bij het statorveld

achterop raken. Hoe groter de belasting, des te groter de slip. De slip is doorgaans 1% van het nominale toerental bij vollast en neemt af tot een slip van bijna nul bij nullast. Omdat trillingsniveaus niet constant zijn dient er om de trilling vaker te kunnen meten een zogenaamde modulatie-test te worden uitgevoerd. Tijdens een modulatie-trillingstest laten we de motor gewoonlijk gedurende tien tot vijftien minuten draaien waarbij de trilling voortdurend wordt geregistreerd ten einde maxima en minima te kunnen vaststellen.

Elliptische stator als gevolg van basisflux

Zoals te zien is in figuur 3 zal de elektromagnetische kracht bij tweepolige motoren proberen de stator te vervormen tot een ellips. De primaire weerstand tegen de beweging in is de sterkte van het kernijzer en de stijfheid van het huis rondom de stator kern, dat de kern belet te bewegen. Bij vierpolige motoren is de afstand tussen de knooppunten slechts 45 graden, de helft van de afstand bij tweepolige motoren, waardoor de vierpolige stator kern veel stijver is voor beweging, wat resulteert in veel minder trilling met twee keer de lijnfrequentie. Berekeningen aan een typische tweepolige motor van 750 Kw bij 50 Hz geven een trilling van 100 Hz te zien bij een buitendiameter van de stator kern van ca. 3 mm/s, piekwaarde, terwijl de waarden voor een vierpolige motor van hetzelfde formaat slechts ca. 0,5 tot 0,8 mm/s bedragen, ofwel een zesde tot een kwart van deze waarde. Deze trilling met twee keer de lijnfrequentie wordt via het motorhuis doorgestuurd naar de lager-schilden, waar hij enigszins in amplitude is afgenomen.

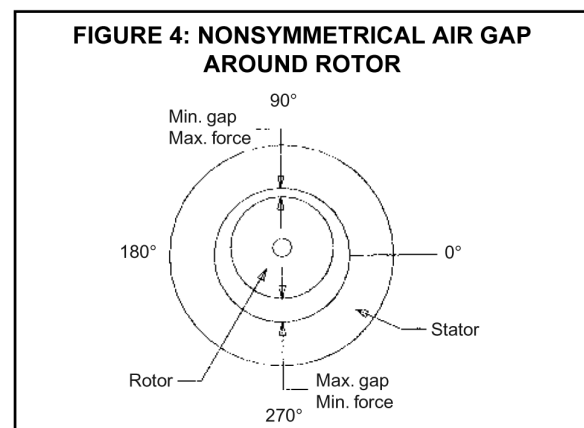


Figuur 3. Elektromechanische kracht op twee- en vierpolige motoren.

2 pole = 2-polig
Stator ID = Binnen-Ø stator
4 pole = 4-polig
Rotor ID = Binnen-Ø rotor
Punten van maximale flux en kracht

Asymmetrische luchtspleet

Trillingen met twee keer de lijnfrequentie kunnen aanzienlijk in sterkte toenemen als de luchtspleet tussen de stator en de rotor niet symmetrisch is, zoals getoond in figuur 4.



Figuur 4. Asymmetrische luchtspleet rondom rotor.

Min. gap = Min. spleet
Max. force = Max. kracht
Stator = Stator
Max. gap = Max. spleet
Min. force = Min. kracht
Rotor = Rotor

Deze specifieke toestand zal ertoe leiden dat de kracht in de richting van de kleinere luchtspleet groter wordt. Dat wil zeggen, er bestaat een ongebalanceerde magnetische aantrekking in de richting van de minimale luchtspleet.

Kracht $\approx B^2/d$ (1)

waarin

B = fluxdichtheid

d = afstand over de luchtspleet

Hier is niet alleen van belang dat de stator naar een kant wordt getrokken, maar ook dat de rotor de andere kant uit wordt getrokken, dus naar de kant met de kleinste luchtspleet. Dit veroorzaakt meer astrillingen, wat weer schadelijker is voor de levensduur van de lagers. Merk op dat in figuur 4 de buitendiameter van de rotor concentrisch is met de rotatieas, waardoor de kracht in de richting van de kleinste luchtspleet maximaal blijft.

Trilling met één keer de lijnfrequentie

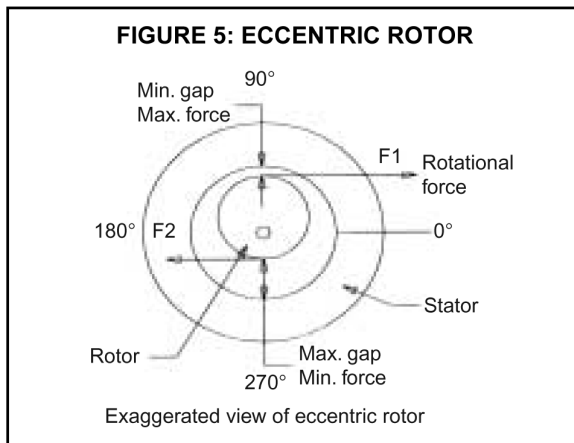
Hoewel lang niet zo vaak als trillingen met twee keer de lijnfrequentie komen trillingen met een keer de lijnfrequentie wel voor. Ongebalanceerde magnetische aantrekking kan resulteren in trillingen met de lijnfrequentie (enkele lijnfrequentie) en in trillingen met de gebruikelijke dubbele lijnfrequentie. Als de rotor of de stator heen en weer beweegt kan het punt van de minimale luchtspleet van de ene kant van de motor naar de andere kant verplaatsen. Als de frequentie van deze beweging correspondeert met de frequentie van de zich verplaatsende fluxgolf, zal de ongebalanceerde magnetische aantrekking samen met het punt van de minimale luchtspleet van de ene naar de andere kant verschuiven, wat resulteert in trillingen met de lijnfrequentie. Deze trilling op de lijnfrequentie is normaal gesproken zeer klein of zelfs helemaal afwezig, maar als het stator- of het rotorsysteem een resonantiefrequentie heeft van of in de buurt van de lijnfrequentie, kan deze trilling juist erg groot zijn.

Trilling met enkele rotatiefrequentie - elektrisch excentrische rotor

Een excentrische rotor, wat betekent dat de buitendiameter van de rotorkern niet concentrisch is met de lagerpassingen, creëert een punt met minimale luchtspleet dat met de rotor ronddraait met één keer de rotatiefrequentie. Hiermee samenhangend zal er een netto gebalanceerde magnetische kracht zijn die werkt op het punt van de minimale luchtspleet omdat de kracht op het punt van de minimale spleet groter is dan de kracht op de maximale spleet, zoals getoond in figuur 5. Deze netto ongebalanceerde kracht draait samen met de minimale

luchtspleet met de rotatiefrequentie rond en veroorzaakt een trilling met de enkele rotatiefrequentie.

De flux die de magnetische kracht veroorzaakt is de basisfluxgolf. Deze draait met het synchrone toerental van de motor rondom de stator. De rotor probeert de roterende fluxgolf van de stator bij te houden, maar blijft achter bij het statorveld voor zover nodig om het benodigde koppel voor de belasting te creëren. Als het hoge punt van de rotor (punt van minimale luchtspleet) zich in een lijn bevindt met het hoge punt (maximum) van de statorflux, zal de kracht maximaal zijn, waarna hij zal afnemen en op zijn kleinst wordt bij een punt van minimale flux. Dus er wordt een ongebalanceerde kracht gecreëerd die ronddraait met de rotatiesnelheid en afhankelijk van de slip in grootte verandert. Het eindresultaat is een trilling met een frequentie van één keer de rotatiesnelheid en die afhankelijk van de slip verandert in sterkte. Deze toestand doet zich voor bij nullast of bij vollast. Bij nullast benadert de frequentie het synchrone toerental en zou een modulatieperiode kunnen hebben van vijf tot vijftien minuten. Bij vollast zal de modulatiefrequentie in cpm gelijk zijn aan de slip in rpm vermenigvuldigd met het aantal polen. De slip is gelijk aan het synchrone toerental minus het toerental bij vollast, doorgaans 1% van het nominale toerental. Voorbeeld: een tweepolige motor met een toerental bij vollast van 2.970 rpm bij 50 Hz zal een slip vertonen van $3.000 - 2.970 = 30$ cpm (cycli per minuut) (= 1% slip) en zal resulteren in een modulatiefrequentie van $2 \times 30 = 60$ cpm.



Figuur 5. Excentrische rotor

Min. gap = Min. spleet

Max. force = Max. kracht

Rotational force = Rotatiekracht

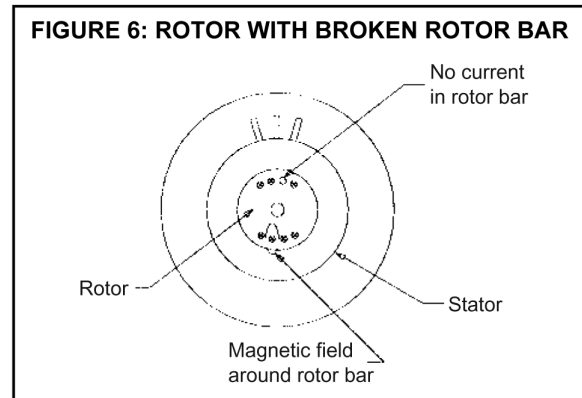
Stator = Stator

Max. gap = Max. spleet

Min. force = Min. kracht

Rotor = Rotor

Overdreven weergave van excentrische rotor



Figuur 6. Rotor met gebroken rotorstaaf

No current in rotor bar = Geen stroom in rotorstaaf

Stator = Stator

Magnetic field around rotor bar = Magnetisch veld rond rotorstaaf

Rotor = Rotor

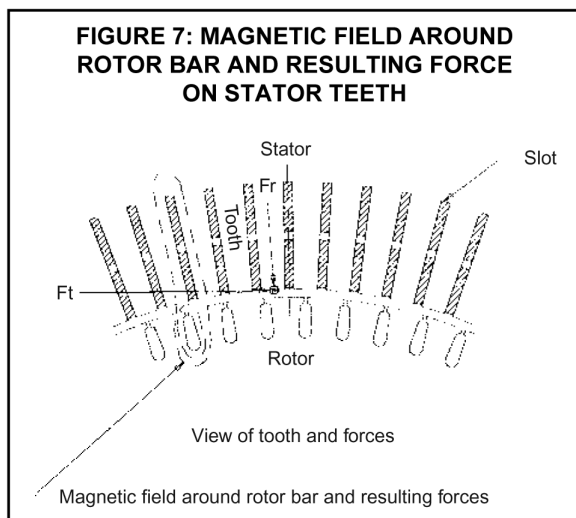
Kapotte rotorstaaf

Als er een rotorstaaf kapot is of er een onderbroken kopersoldeerverbinding is, zal er in de rotorstaaf geen stroom lopen, zoals getoond in figuur 6. Het veld in de rotor rondom die specifieke staaf zal daardoor niet bestaan. Daarom zal de kracht die op die kant van de rotor werkt afwijken van de kracht die op de andere kant van de rotor werkt. Ook dit leidt tot een ongebalanceerde magnetische kracht die ronddraait met één keer de rotatiesnelheid en moduleert bij een frequentie die gelijk is aan de slipfrequentie vermenigvuldigd met het aantal polen.

Als een van de rotorstaven een afwijkende soortelijke weerstand heeft kan zich een vergelijkbaar verschijnsel voordoen (als bij een gebroken rotorstaaf). Er dient te worden opgemerkt dat dit een van de weinige condities is die niet voorkomen bij nullast. Maar er is een extra verschijnsel dat zich kan voordoen bij nullast nadat de motor is opgewarmd tot vollasttemperatuur door een van de methoden die rotorstroom teweegbrengen. Bij deze methoden gaat het onder meer om de gekoppelde vollasttest, de verwarmingsproef bij dubbele frequentie, meerdere keren versnellen of opwarmen door de rotor stil te zetten en spanning aan te brengen. Bovendien zullen gebroken rotorstaven of een afwijkende soortelijke weerstand van de rotorstaven leiden tot variatie in de opwarming rondom de rotor. Dit kan op zijn beurt de rotor weer vervormen, er ontstaat een excentrische rotor met als gevolg een fundamentele onbalans in de rotor en een nog grotere ongebalanceerde magnetische aantrekking, waardoor er een sterke trilling ontstaat met één keer de lijnfrequentie en een lichte trilling met twee keer de lijnfrequentie.

Trilling met de passeerfrequentie van de rotorstaven

Hoogfrequente, van de belasting afhankende magnetische trillingen bij of in de buurt van de passeerfrequentie van de rotorgroef worden in de stator gegenereerd als er bij belasting in de rotorstaven stroom wordt geïnduceerd. De grootte van deze trilling varieert met de belasting en neemt toe als de belasting toeneemt. De elektrische stroom in de staven creëert een magnetisch veld rondom de staven die op de stator tanden een aantrekkende kracht plaatst. Deze radiale en tangentiële krachten die op de stator tanden werken zorgen ervoor dat de statorkern en de tanden gaan trillen, zoals getoond in figuur 7.



Figuur 7. Magnetisch veld rondom rotorstaaf en resulterende kracht op statortanden

Stator = Stator

Slot = Groef

Tooth = Tand

Rotor = Rotor

Weergave van tand en krachten

Magnetisch veld rondom rotorstaaf en resulterende krachten

Deze trillingsbron heeft een frequentie die veel hoger is dan de frequenties die normaal gesproken worden gemeten tijdens normale trillings-

proeven. Vanwege de extreem hoge frequenties kunnen zelfs zeer kleine verplaatsingen hoge snelheden veroorzaken als deze frequenties ook binnen het frequentiebereik vallen waarop de test betrekking heeft. Hoewel deze trillingsniveaus en -frequenties kunnen worden opgevangen door het motorhuis en door de lagerhuizen, zullen aanzienlijke trillingsniveaus bij deze hogere frequenties niet te zien zijn tussen de as en de lagerhuizen, waar zij juist schadelijk kunnen zijn. Daarom verlangen de eisen aan trillingsspecificaties normaal gesproken niet dat deze frequenties worden opgenomen in het geheel van trillingen.

Doordat trillingen bij de passeerfrequentie van de rotorbalken zich bij een hoge frequentie voordoen kan het niveau van de trillingssnelheid weliswaar aanzienlijk zijn, maar het effect op de betrouwbaarheid van de motor is niet significant. Door nadere beschouwing van de krachten die in de motor resulteren als gevolg van de trilling kan dit worden vastgesteld. Voorbeeld: een tweepolige motor die een trilling aan de dag legt van 2.334 Hz (als gevolg van de passeerfrequentie van de rotorbalken plus een zijband van 100 Hz) kan het volgende resultaat opleveren:

Snelheid in mm/s	2,54	12,7
Verplaatsing in mm	0,0003	0,0014
Belasting in ijzer statorkern in kg/cm ² (psi)	2,11	10,55
Belasting in ijzer statortanden in kg/cm ² (psi)	3,52	17,58

De typische vermoeidheidssterkte van het kernijzer is 1055 kg/cm². Dergelijke lage belastingsniveaus kunnen worden berekend voor alle onderdelen van de motor (inclusief de statorwikkelingen). Bovendien varieert de typische minimale dikte van de oliefilm van 0,03 tot 0,04 mm. Omdat er slechts een kleine verplaatsing van bijvoorbeeld 0,0003 tot 0,0014 mm zoals hierboven genoemd kon worden waargenomen, zal deze trilling geen negatief effect hebben op de prestaties van de lagers.

De rotorgroef- en zijbandfrequenties bevinden zich in het frequentiegebied dat normaal gesproken verband houdt met ruis en niet met trilling en worden daarom in de ontwerpfase van de motor betrokken bij het voorspellen van ruis. In feite zijn deze krachtcomponenten in elektrische machines de belangrijkste bronnen van hoogfrequente ruis, die gedurende enige tijd het onderwerp is geweest van ruisvoorschriften en -beperkingen. De ervaring leert echter dat wanneer de ruis zich binnen normale grenzen bevindt, maar ook daarbuiten, er geen oorzakelijke structurele schade kan worden aangetoond. Het belang van deze hoogfrequente trillingen wordt vertekend door metingen te doen bij hoge snelheden en vervolgens beperkingen toe te passen die zijn gebaseerd op ervaringen met laagfrequenter trillingen.

Frequenties van de met de belasting samenhangende magnetische krachten en trillingsvormen

De frequenties van de met de belasting samenhangende magnetische krachten die op de statortanden en de kern werken zijn gelijk aan de passeerfrequentie van de rotorstaven plus zijbanden bij + of - 2f, 4f, 6f en 8f Hz, waarbij f de lijnfrequentie is. Er wordt een magnetische kracht gegenereerd met de passeerfrequentie van de rotorgroef (FQR), welke gelijk is aan het motortoerental in omwentelingen per seconden vermenigvuldigd met het aantal rotorgroeven, zoals weergegeven in (2).

$$FQR = \text{rpm} \times nr/60 \quad (2)$$

waarin

nr = aantal rotorgroeven

Voor de typische tweepolige motor met 2.970 rpm en met 45 rotorgroeven van het voorbeeld hierboven is $FQR = 2.228 \text{ Hz}$.

De zijbanden worden gecreëerd als de amplitude van deze kracht wordt gemoduleerd met twee keer de frequentie van de voedingsspanning. In een 50 Hz-systeem produceert de 100 Hz-modulatie de zijbanden, wat resulteert in bekrachtigingsfrequenties van FQR , $FQR + 100$, $FQR - 100$, $FQR + 200$, $FQR - 200 \text{ Hz}$, enz.

De op de statortanden werkende krachten worden niet op elk moment gelijkmatig verdeeld over alle tanden; zij werken met verschillende sterkte op verschillende tanden, afhankelijk van de relatieve rotor- en statortandlocatie. Dit resulteert in krachtengolven over de omtrek van de stator. De trillingsvormen van deze magnetische krachtengolven zijn een resultaat van het verschil tussen het aantal rotor- en statorgroeven, zoals weergegeven in (3).

$$M = (Ns - Nr) \pm KP \quad (3)$$

waarin

Ns = aantal statorgroeven

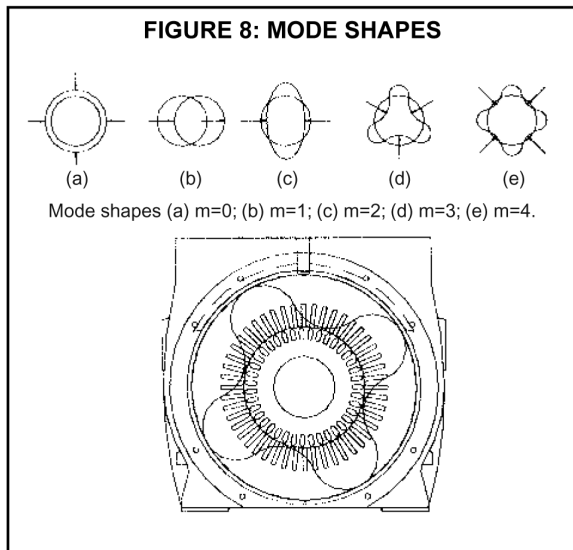
Nr = aantal rotorgroeven

P = aantal polen

K = alle gehele getallen 0, 1, 2, 3, enz.

Trillingsvormen en eigenfrequenties van kerntrilling

Onder de toegepaste magnetische krachten wordt de statorkern op dezelfde wijze in trilling gebracht als een stalen ring zou reageren als hier op wordt geslagen. Afhankelijk van het patroon en de frequenties van de opwekkende kracht, zoals hierboven beschreven, zou de stator gaan trillen in een of meer van zijn buigtrillingsvormen (m), zoals weergegeven in figuur 8. Elk van de trillingsvormen heeft zijn bijbehorende eigenfrequentie. De kern kan in werkelijkheid enigszins worden beïnvloed door het statorhuis, maar tijdens de analyse wordt het statorhuis normaal gesproken genegeerd, zowel om redenen van complexiteit als omdat het effect op hogere frequentievormen minimaal is.

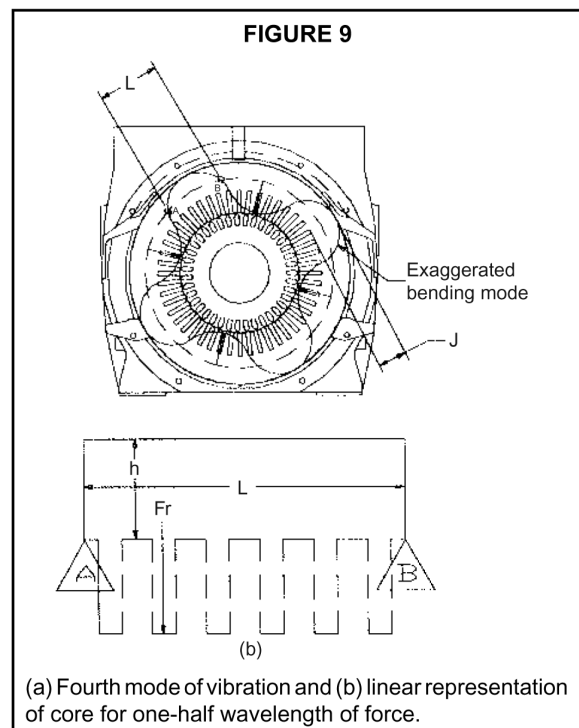


Figuur 8. Trillingsvormen
Mode shapes = Trillingsvormen

Om de eigenfrequentie van de kern bij een gegeven trillingsvorm te begrijpen, kan de kern worden weergegeven als een balk die aan beide uiteinden wordt ondersteund en tussen de uiteinden doorbuigt als gevolg van krachten die op de balk werken. De lengte van de balk is gelijk aan de omtrek van de gemiddelde diameter van de stator kern voor de helft van de golflengte van de trillingsvorm (zie figuur 9) [8].

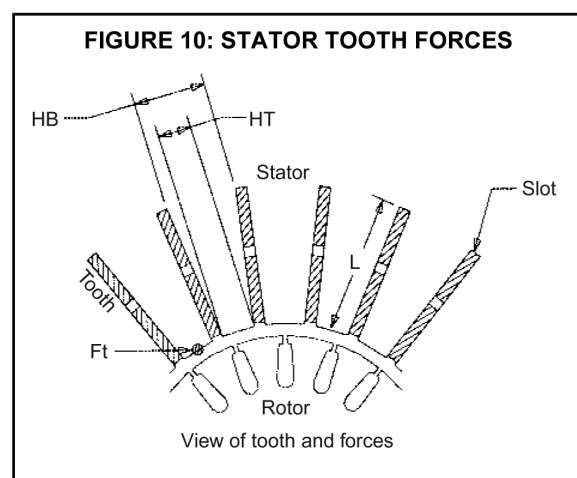
$$L = \frac{\delta D_s}{2M} \quad (4)$$

Als de eigenfrequentie van de kern de gedwongen frequentie benadert, zal een sterke trilling het gevolg zijn. De lagere trillingsvormen kunnen eigenfrequenties produceren die de primaire gedwongen frequenties benaderen.



Figuur 9.
Exaggerated bending mode = Overdreven buigvorm

(a) Vierde trillingsvorm en (b) lineaire weergave van kern voor halve golflengte van kracht



Figuur 10. Krachten op statortanden

Tooth = Tand
 Stator = Stator
 Slot = Groef
 Rotor = Rotor
 Weergave van tanden en krachten

Ook de frequentie van de resonantie in statortanden is een zorg. De tangentialkrachten die op de tanden werken kunnen een toestand van resonantie in de tand opwekken. De tand is een aan een kant ingeklemde balk die aan de basis door de kern wordt ondersteund. De eigenfrequentie van de ingeklemde balk is een functie van de lengte en de dikte van de balk. Een langere en dunnere balk zal een lagere eigenfrequentie hebben.

De op elke tand werkende kracht brengt een verplaatsing van de tand en de kern teweeg. De verplaatsing zal een grotere versterking hebben naarmate de gedwongen frequentie dicht bij de eigenfrequentie van de kern of de tand ligt (5):

$$\text{Versterkingsfactor} = 1 - \frac{1}{(f/f_0)^2} \quad (5)$$

waarin

f = lijnfrequentie en

f_0 = natuurlijke frequentie

Deze trilling wordt soms ten onrechte in verband gebracht met los zittende rotorstaven, maar er zijn redenen waarom losse rotorstaven geen trilling veroorzaken als gevolg van de passeerfrequentie van rotorgroeven.

Ten eerste zijn op de meeste grotere motoren de centrifugaalkrachten zo groot dat het enige moment waarop de rotorstaven mogelijk zouden kunnen bewegen, de periode is van het accelereren van de rotor. Dit zou op zichzelf een ernstig probleem kunnen zijn, omdat de belangrijkste oorzaak van storingen tussen rotorbalken en kopverbindingen de beweging van rotorstaven is als gevolg van vaker herstarten van een belasting met grote massa-traagheid. Maar de enige trillingstoename als gevolg van losse rotorstaven als de motor op toeren is zou te wijten kunnen zijn

aan een verschuiving in de rotorkooi, waardoor er een mechanische onbalans ontstaat van één maal de rotatiesnelheid.

Ten tweede, als we kijken naar een willekeurige rotorstaaf, werkt er op de staaf zelf nooit een kracht bij de passage van de rotorgroef. De staven draaien met de rotatiesnelheid. Er is een alternerend veld in de rotor dat bij nullast een frequentie heeft in de buurt van 0 cycli per minuut, die vervolgens toeneemt tot een frequentie die bij vollast gelijk is aan de slipfrequentie vermenigvuldigd met het aantal polen. Op een tweepolige motor is dit doorgaans twee (polen) keer 30 rpm (typische slip) ofwel 60 cycli per minuut. Bekijk om dit beter te begrijpen één punt of staaf op de rotor van een tweepolige motor en laat dit punt draaien met 2.970 rpm. Er bevindt zich een veld rond deze staaf met een zeer lage frequentie. Dit veld oefent een kracht uit op de stator van verschillende grootte afhankelijk van het fluxniveau in de rotor op dat moment. Deze flux pulseert telkens als hij een statorgroef passeert. Merk op dat de kracht die de rotor ziet de passeerfrequentie van de statorgroef heeft en met twee keer de slip moduleert. Dit produceert trilling van de rotorstaven met de passeerfrequentie van de statorgroef plus en minus zijbandfrequenties in veelvoud van de (slip) x (polen).

Trilling met enkele rotatiefrequentie - onbalans van de motor

Alle soorten roterende machines - dus ook motoren - moeten worden gebalanceerd om een soepel lopende machine te krijgen. Balanceren gebeurt in de fabriek in een balanceermachine met een precisie die afhangt van het motortoerental, de grootte van de motor en eisen ten aanzien van trilling. De grootste precisie is vereist voor tweepolige motoren. Tweepolige en grote vierpolige motoren moeten in de balanceermachine bij hun bedrijfstoerental worden gebalanceerd. De geassembleerde motoren moeten vervolgens proefdraaien om er zeker van te zijn dat er in bedrijf aan de trillingseisen wordt voldaan.

Ofschoon de gebruiker er gewoonlijk geen omkijken naar heeft, zullen we hier enkele in het oog springende factoren bespreken die op de balans af fabriek van invloed zijn. Deze factoren zijn overwegend van toepassing op tweepolige motoren.

De meeste middelgrote en grote motoren worden gebruikt voor toepassingen bij constante toerentallen, ofschoon er recentelijk een toename valt waar te nemen van het aantal en de grootte van de motoren die worden gebruikt voor toepassingen met variabele toerentallen in combinatie met aandrijvingen met instelbaar toerental. Motoren met constant toerental hoeven alleen maar nauwkeurig te worden gebalanceerd bij één toerental, hun bedrijfstoerental. Voor toepassingen met variabel toerental moet er een goede rotorbalans zijn over het hele bedrijfstoerentalgebied, dat gewoonlijk varieert van 40 tot 100% van het synchrone toerental.

Voor de balans van de rotor is de hele rotorconstructie van belang. De rotor is gemaakt van een groot aantal onderdelen, waaronder de as, de rotorlamellen, eindstukken, rotorstaven, kopverbindingen, borgringen (indien nodig) en ventilatoren. Al deze onderdelen moeten tijdens de ontwerp- en de productiefase onder controle worden gehouden om te komen tot een stabiele en nauwkeurige balans.

Hier volgen enkele fundamentele vereisten voor een nauwkeurige balans op een willekeurige machine:

- Onderdelen moeten met grote precisie worden geproduceerd voor een verregaande concentriciteit en minimale individuele onbalans.
- Het losraken van onderdelen, dat tijdens het draaien van de machine kan resulteren in verplaatsingen en dus in een wijziging in de balans, moet worden vermeden of tot een minimum worden beperkt.
- Balanceergewichten moeten worden geplaatst op of in de buurt van de punten die niet in balans zijn.

Rotorlamellen moeten met grote precisie worden vervaardigd met verregaande concentriciteit van alle delen en met een krimppassing om de as

worden aangebracht, waarbij de krimppassing bij alle bedrijfstoerentallen en -temperaturen heel moet blijven. De lamellen moeten op gelijke hoogte met de boring worden gestapeld, gelijkmatig worden aangedrukt en op hun plaats worden geklemd als zij om de as worden gekrompen om beweging te voorkomen als het toerental wijzigt. Als kopverbindingen moeten worden voorzien van borgringen, zijn deze ringen van materiaal van hoge sterkte, ontworpen met de juiste nauwe passing. Rotorstaven worden van een vulstuk voorzien en/of gestuikt, zodat zij precies pas in de groeven zitten. Er zijn nog andere methoden om goed passende rotorstaven te garanderen, bijvoorbeeld het verhitten van de kern en het afkoelen van de staven, maar deze methoden worden niet vaak toegepast. Kopverbindingen moeten symmetrisch aan de staven worden inductiegesoldeerd. Dit draagt bij aan het elimineren van variaties in de balans als gevolg van thermische verandering. De as en de geassembleerde rotor worden met de grootste precisie machinaal bewerkt en geslepen tot concentriciteiten ruimschoots binnen 0,03 mm. De rotor wordt van tevoren gebalanceerd zonder ventilatoren, vervolgens worden de ventilatoren geassembleerd en definitief gebalanceerd op de rotor. De ventilatoren worden afzonderlijk gebalanceerd voorafgaand aan de assemblage op de rotor. Voor motoren met een zware externe ventilator kan het nodig zijn een tweevlaks balancering op de ventilator uit te voeren.

Voor toepassingen met constant toerental kan worden volstaan met ofwel een ontwerp met een stijve as, voor kleinere machines, of een ontwerp met een flexibele as voor grotere motoren. Een ontwerp met stijve as is een ontwerp dat draait onder zijn eerste laterale kritische toerental, terwijl een ontwerp met flexibele as boven zijn eerste laterale kritische toerental werkt [12]. Als de rotor met precisie wordt ontworpen en geproduceerd zoals hierboven beschreven, zal een tweevlaks balancering, waarbij gewichtscorrecties aan de rotoruiteinden worden gemaakt, doorgaans zelfs voor flexibele rotors voldoende zijn. Maar af en toe kan het voor een flexibele rotor nodig zijn een drievlaks balancering uit te voeren om de trilling te beperken als de machine zijn kritische toerental

passeert tijdens het op toeren komen of het uitrollen. Dit wordt bereikt door niet alleen gewichtscorrecties uit te voeren bij de twee uiteinden, maar ook bij het middenvlak van de rotor.

Toepassingen met instelbaar toerental hebben een stijve as nodig om grote balanswisselingen bij toerentalwijzigingen te voorkomen als gevolg van asbuiging, iets wat bij een flexibele as kan gebeuren. Maar bovendien moeten de vele andere factoren die de balans in deze - hierboven beschreven - complexe structuur beïnvloeden worden beheerst om bij verschillende toerentallen een goede balans te houden. Met name zal een losse rotorstaaf resulteren in buitensporige balanswisselingen bij wijzigingen van het toerental. Dit wordt voorkomen door rotorstaven van een vulstuk te voorzien en/of te stuiken, zoals hierboven opgemerkt. Vulstukken rondom rotorstaven zoals hier worden gebruikt, maken het mogelijk dat de staven strak in de groeven kunnen worden gebracht zonder bezorgd te hoeven zijn dat de lamellen stukken van de staaf afschuiven, waardoor de staven los zouden komen te zitten. Dit ontwerp voorkomt ook dat de rotorstaven in de loop der tijd in het veld los gaan zitten als gevolg van een vergelijkbaar verschijnsel, wat zich kan voordoen tijdens verwarming en afkoeling, waarbij de staven wel eens niet even snel zouden kunnen uitzetten en krimpen als de kern.

Tijdens het balanceren en de nullastproef in de werkplaats wordt de spiebaan van de astoppen volledig gevuld met een afgedekte en geprofileerde halve spiebaan die op zijn plaats wordt gehouden door een machinaal bewerkte bus ten einde enige onbalans vanuit deze bron te voorkomen. Lastproeven worden uitgevoerd met de motor gemonteerd op een massieve, starre basis die nauwkeurig wordt uitgelijnd met een dynamometer en aan deze wordt gekoppeld met een nauwkeurig gebalanceerde koppeling en een geschikte spie.

Thermische onbalans

Thermische onbalans is een speciale vorm van onbalans. Het wordt veroorzaakt door ongelijkmatige verwarming van de rotor of een ongelijk-

matige buiging als gevolg van verwarming van de rotor. De juiste oplossing is de oorzaak te bepalen van de ongelijkmatige verwarming die van invloed is op de rechtheid van de as en vervolgens de rotor te herstellen. Alvorens zulke ingrijpende werkzaamheden uit te voeren dient u zich te verzekeren van de ernst van de thermische situatie. Alle rotors zullen enige wijziging in de trilling te zien geven bij de overgang van een koude naar een warme toestand. Volgens API 551, 3^e uitgave, is een wijziging van 0,02 mm in de astrilling (bij rotatiefrequentie, 1X) en een wijziging van 1,27 mm/s in de trilling van het motorhuis toegestaan. Maar als het bij de toepassing gaat om continubedrijf en de trillingsniveaus zijn tijdens het aanlopen niet excessief (dat wil zeggen, bij een koude motor), is meer wijziging bij de overgang van koud naar warm toegestaan zonder enigerlei schade aan de motor. In situaties waarin de laagste trillingsniveaus zijn gewenst bij bedrijfsomstandigheden kan er een *hot trim* balanceerprocedure worden uitgevoerd. Om deze procedure uit te voeren dient u de motor te laten draaien totdat alle condities thermisch stabiliseren en vervolgens snel een trimbalans uit te voeren. Laat indien nodig de motor opnieuw draaien nadat de eerste proefgewichten zijn geplaatst en laat de motor thermisch stabiliseren alvorens extra trillingsmetingen te doen ten behoeve van de laatste gewichtscorrectie.

Onbalans in koppelingen

De in API 671 gestelde limiet van 40 W/N voor de onbalans in koppelingen resulteert indien toegepast op bijvoorbeeld een typische tweepolige motor van 750 Kw/3.000 rpm in een waarde die gelijk is aan ca. een derde van de limiet voor de motoronbalans voor één uiteinde van de motor.

Uit analyse blijkt dat dit ongeveer de correcte waarde zou zijn om een minimaal effect te hebben op de motortrilling. Als we dit vergelijken met de veelvuldig in de industrie gehanteerde door AGMA gestelde grenzen voor de onbalans in koppelingen kan dit een klasse-11-balans worden genoemd, waarvoor een gebalanceerde koppeling nodig is. Dit is een stuk beter (factor 3) dan een klasse-9-balans, welke geen gebalanceerde koppeling is. Koppelingen met een balans van

klasse 9 volgens AGMA worden soms gebruikt voor tweepolige motoren, maar voldoen niet aan API 671 en kunnen bij precisie motoren voor trillingsproblemen zorgen.

Het gebruik van een goede spie en een gebalanceerde koppeling zal van de uitlijning en de opstelling van de machine en van de balans van de aangedreven apparaten de belangrijkste resterende factor maken van trillingen in het systeem.

Te grote koppeling

Een van de overwegingen bij het kiezen van een koppeling is de grootte. De koppeling moet groot genoeg zijn voor de toepassing, met inbegrip van de vereiste servicefactor, maar ook weer niet te groot. Mogelijke gevolgen van het gebruik van een te grote koppelingen zijn:

- Meer motortrilling als gevolg van een toegenomen koppelingonbalans en/of een wijziging in het kritische toerental of in de respons van de rotor door het toegenomen gewicht. Dit is met name het geval bij machines met een flexibele as.
- Een veel te royaal gedimensioneerde koppeling kan resulteren in ernstig doorbuigen van de as, buitensporig trillen en ernstige wrijving bij afdichtingen, wat uiteindelijk onherroepelijk zal resulteren in een kapotte as.

De overheersende trillingsfrequentie als gevolg van een te grote koppeling is de enkelvoudige rotatiefrequentie, net als bij een toestand van onbalans. Het idee van 'groter is beter' geldt hier zeker niet!

Onbalans van de aangedreven machine

Onder normale omstandigheden mag onbalans van de aangedreven machine de trilling in de motor niet noemenswaardig beïnvloeden. Maar als er sprake is van een ernstige onbalans of als er gebruik wordt gemaakt van een starre koppeling kan de onbalans van de aangedreven machine worden overgedragen op de motor.

Balans behouden in het veld

Als een fijngebalanceerde motor met hoog toerental in het veld wordt geïnstalleerd, moet de balans behouden blijven als de motor wordt

gekoppeld aan de rest van het systeem. Er moet dan ook niet alleen een gebalanceerde koppeling worden gebruikt, maar ook de juiste spie.

Een goede manier om een spie te plaatsen bestaat in het volledig vullen van de spiebaan van de as met een volledige spie door de naaf van de koppeling heen en de hele spie buiten de koppeling af te dekken zodat deze is afgestemd op de asdiameter. Een alternatief is gebruik te maken van een rechthoekige spie van precies de juiste lengte zodat het deel dat tot voorbij de koppelingnaaf in de richting van de motor uitsteekt precies de plaats inneemt van de onbalans van de verlengde open spiebaan. De lengte kan worden berekend als de lengte van de koppelingnaaf en de afmetingen van de spiebaan bekend zijn.

Een ongeschikte spie kan resulteren in een aanzienlijke onbalans van het systeem, waardoor de trilling boven aanvaardbare waarden terecht kan komen. Berekeningen voor een typische tweepolige motor van 750 Kw/3.000 rpm laten bijvoorbeeld zien dat een fout in de spielengte van 3,175 mm zal resulteren in een onbalans van 50 g-cm. Dit is ongeveer gelijk aan de limiet voor de resterende onbalans voor elk uiteinde van de rotor van 4 W/N zoals die wordt gesteld in API 541 voor motoren en overschrijdt de tolerantie van de resterende onbalans van een typische halve koppeling van 40 W/N zoals gesteld in API 671 voor koppelingen met een factor 3.

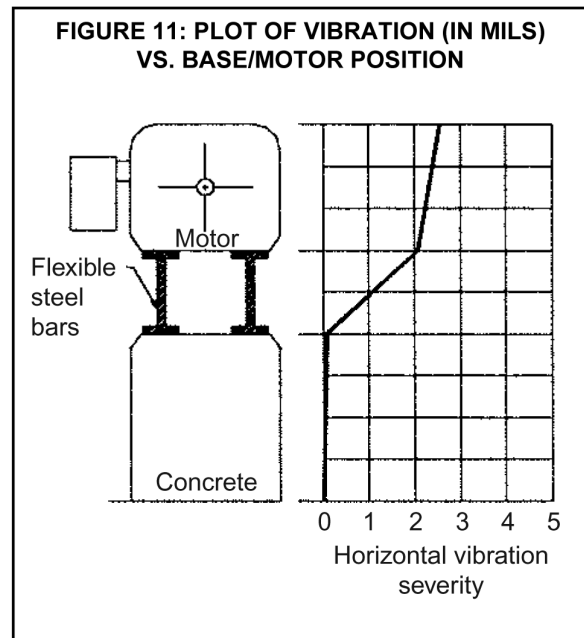
Af en toe doet zich in de praktijk een probleem voor als een machine met een flexibele as en een balans voor hoge toerentallen voor reparatie naar een onderhoudswerkplaats wordt gestuurd. Als de rotor in de werkplaats opnieuw wordt gebalanceerd in een balanceermachine voor lage toerentallen, resulteert dit normaal gesproken in onbalans bij het bedrijfstoerental en de machine zal ongelijkmatig draaien als hij wordt getest of opnieuw geïnstalleerd. De oplossing ligt uiteraard niet in het opnieuw balanceren van de rotor tijdens de reparatie, tenzij dit absoluut noodzakelijk is vanwege de aard van de reparatie. Als opnieuw balanceren absoluut noodzakelijk is, moet dit worden gedaan bij het bedrijfstoerental van de rotor; anders kan het nodig zijn

een trimbalans uit te voeren nadat de motor weer is geassembleerd.

Respons op gedwongen frequenties

Zwakke motorbasis

Als de motor zich bevindt op een stalen basis, bijvoorbeeld een verschuifbare basis, bestaat de mogelijkheid dat de trilling die aan de motor wordt gemeten, sterk wordt beïnvloed door trillingen van de basis zelf. In het ideale geval is de basis stijf genoeg om te voldoen aan de in API 541 [1] gedefinieerde criteria voor 'Massive Foundations' (massieve funderingen). Waar het hier op neer komt is dat de trilling in de buurt van de motorvoeten minder moet zijn dan 30% van de trilling die wordt gemeten bij de motorlagers. Om te testen of de basis zwak is, moeten we de horizontale trilling op grondniveau aan de onderkant, in het midden en aan de bovenkant van de voet, maar ook bij de motorlagers meten en grafisch weergeven. Uitgezet in een grafiek ziet deze informatie er voor een motor die op een zwakke basis staat uit als in figuur 11. Als de motor in dit specifieke voorbeeld op een starre basis had gestaan, dan zou de trilling bij de lagere dicht bij 0,006 mm hebben gelegen dan bij de nu gemeten 0,064 mm.



Figuur 11. Grafische weergave van trilling (in mils) vs. positie motor/motorvoet.

Motor = Motor

Flexible steel bars - Flexibele stalen balken

Concrete = Beton

Horizontal vibration severity = Horizontaal trillingsniveau

Een zwakke motorvoet resulteert doorgaans in een sterke enkelvoudige trilling (één keer de rotatiefrequentie), normaal gesproken in horizontale richting zoals weergegeven in figuur 11. Maar hetzelfde euvel kan ook resulteren in een sterke tweevoudige trilling (twee keer de rotatiefrequentie) of $2f$ trilling (twee keer de lijnfrequentie), wat ook een veel voorkomende trillingsfrequentie in motoren is. Om de aard en de bron te kunnen bepalen van deze sterke tweevoudige trilling moeten er zowel in horizontale als in verticale richting aan de motorvoeten trillingsmetingen worden gedaan, waarbij zowel de fase als de amplitude worden genomen om een trillingsvorm te bepalen. In figuur 12 wordt de 'schommelbeweging' weergegeven die in een bepaald geval werd waargenomen. De horizontale component δ_{HV} komt vanwege het schommelen bovenop de inherente δ_{HM} van alleen de

motor en dit resulteert in een hoog totaal bij het lagerhuis, zoals weergegeven door de vergelijking hieronder (6).

$$\delta_H = \delta_{HM} + \delta_{HV}(6)$$

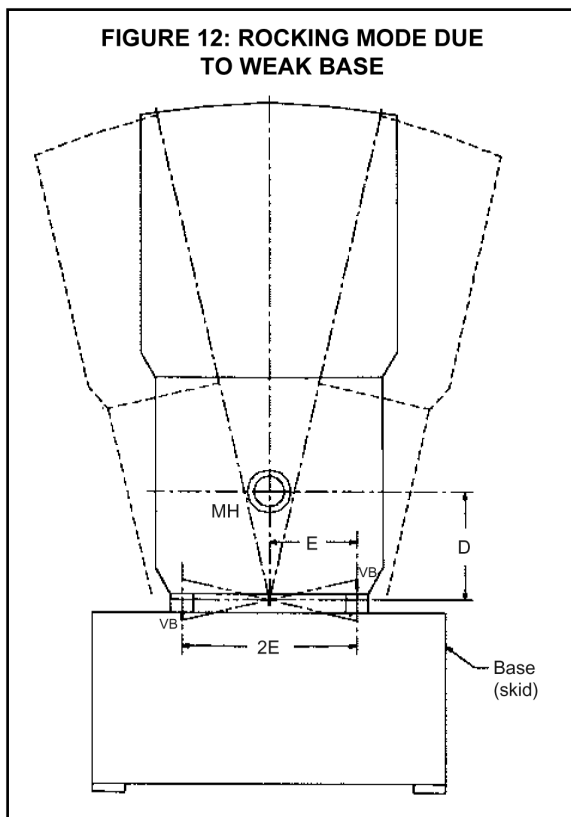
waarin

δ_H = werkelijke horizontale motortrilling, gemeten in het veld

δ_{HM} = horizontale trilling van motor alleen, gemeten op een massieve voet in de werkplaats

$\delta_{HV} = (D/E)VB$, berekende horizontale trillingscomponent als gevolg van δ_{VB} , gemeten verticale trilling bij elke motorvoet in het veld

Als mogelijke reparatie voor de getoonde zwakke motorvoet wordt geadviseerd de standers met elkaar te verbinden en in hoge mate te verstijven, waarmee wordt beoogd te voldoen aan de criteria voor een massieve fundering. Zelfs als resonantie van de basis geen factor is, kan het in hoge mate verstijven van een lichte draagconstructie de trilling aanzienlijk verminderen.

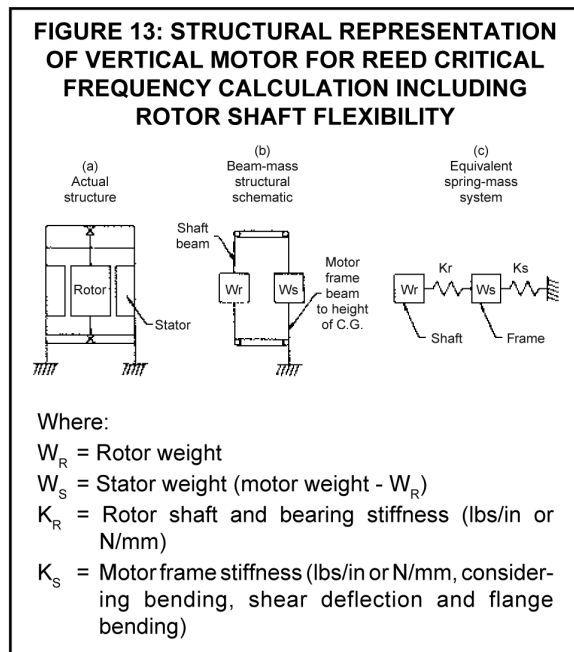


Figuur 12. Schommelbeweging door zwakke basis

Base = Basis
(skid) = (verschuifbaar)

Reedkritische basisproblemen

De reedkritische frequentie van een verticale motor is een functie van zijn massa, de verdeling van de massa en de basisconfiguratie. De reedkritische frequentie mag niet worden verward met het laterale kritische toerental van de rotor. Maar in grote verticale motoren kan het laterale kritische toerental een bepalende factor zijn in de reedkritische frequentie, met name van de motor alleen. Het effect van de rotor kan worden bepaald door deze te beschouwen als een afzonderlijke massa en door de flexibiliteit van de rotoras mee te nemen bij de berekening van de reedfrequentie. Dat wil zeggen, beschouw de motor als een systeem met twee massa's en met twee vrijheidsgraden zoals getoond in figuur 13, en niet als een systeem met een enkele vrijheidsgraad zoals beschreven in NEMA MG 1-1998, 20.23. Figuur 13 toont dat de motorconstructie (a) eigenlijk een uit twee massa's bestaand systeem is dat in verschillende stappen kan worden vereenvoudigd, eerst tot een schematische voorstelling van balkmassa's (b), vervolgens tot een equivalent systeem van twee massa's en twee veren (c).



Figuur 13. Structurele weergave van verticale motor voor berekening reedkritische frequentie inclusief flexibiliteit rotoras.

- (a) Werkelijke structuur
- (b) Schematische voorstelling van balkmassa's
- (c) Equivalent systeem van veermassa's

Rotor = Rotor
 Stator = Stator
 Shaft beam = Asbalk
 Motor frame beam to height of CG - Motorhuisbalk tot hoogte CG
 Shaft = As
 Frame = Motorhuis

Waarin:

- W_R = gewicht rotor
- W_S = gewicht stator (gewicht motor - W_R)
- K_R = stijfheid rotoras en lagers (N/mm)
- K_S = stijfheid motorhuis (N/mm, met inachtneming van buiging, afschuiving en flensbuiging)

Waar het laterale kritische toerental van de rotor lager is dan de reedfrequentie berekend als een systeem met een enkele vrijheidsgraad, zal de werkelijke reedfrequentie lager zijn dan berekend. Hij zal ongeveer gelijk zijn aan het laterale kritische rotortoerental. Maar indien

gemonteerd op een flexibele basis in het veld zal het rotoraseffect minder zijn en zal een berekening met een enkele vrijheidsgraad gewoonlijk toereikend zijn. Evenals in het geval van een lateraal kritisch toerental zal als het bedrijfstoerental van de motor (of enige andere frequentie waarbij een gedwongen functie aanwezig is) samenvalt met de reedkritische frequentie, de amplitude van de trilling in hoge mate worden versterkt. Motorfabrikanten publiceren in de regel reedkritische gegevens. Dit geldt onder meer voor de reedkritische frequentie die de motor alleen zou hebben als hij zou zijn gemonteerd op een starre, seismische massa. Bovendien levert de motorfabrikant de volgende informatie om te helpen bij het bepalen van de eigenfrequentie van het systeem met de motor gemonteerd op de basis van de gebruiker: gewicht van de machine, locatie van het zwaartepunt en statische afwijking. Bases die onder de gemiddelde installatie worden aangetroffen zijn niet zo stijf en dienovereenkomstig zal de reedkritische frequentie worden verlaagd. Als de reedkritische frequentie daalt tot een frequentie waarbij er sprake is van een gedwongen functie (gewoonlijk het bedrijfstoerental), zal de reedkritische frequentie moeten worden gewijzigd. Dit is gewoonlijk niet moeilijk te realiseren en wordt meestal gedaan door ofwel de stijfheid van de basis te veranderen of door het gewicht van de basis/motor te veranderen. Wanneer het reedkritische toerental tot onder het bedrijfstoerental daalt tot ca. 40-50% van het machinetoerental, kan dit resulteren in subharmonische trilling bij het eigen toerental van het systeem in motoren met glij-/geleidelagers. Dit zou het gevolg kunnen zijn van ofwel 'oil whip' of van een ontoereikende oliefilm op het geleidelager.

Resonerende basis

Als het bedrijfstoerental van een motor (of enige andere frequentie waarbij sprake is van een gedwongen functie) samenvalt met de eigenfrequentie van de basis, zal de amplitude van de trilling in hoge mate worden versterkt. De enige oplossing voor dit probleem is het wijzigen van de eigenfrequentie van de basis. Dit is gewoonlijk niet moeilijk te realiseren en wordt

meestal gedaan door ofwel de stijfheid van de basis te veranderen of door het gewicht van de basis/motor te veranderen.

Trilling die verband houdt met de lagers

Met de lagers verband houdende trillingen komen veel voor bij alle soorten draaiende apparaten, dus ook bij motoren, en omvatten op zichzelf uitgebreide technologiegebieden. Hier wordt dit soort trillingen kort behandeld.

Machines met glijlagers kunnen af en toe te maken krijgen met 'oil whirl'-trilling, een verschijnsel dat zich voordoet bij een frequentie van ca. 45% van de machinesnelheid. Deze trillingen kunnen behoorlijk hevig zijn, met name als er een kritisch toerental is op of net onder 45% van de machinesnelheid; deze toestand wordt 'oil whip' genoemd. Behalve fundamentele overwegingen die te maken hebben met het ontwerp van de lagers en waarop we hier niet ingaan, is een veel voorkomende oorzaak een hoge olieviscositeit als gevolg van een lage olietemperatuur in motoren met spoeloliesmering die draaien in koude omgevingsomstandigheden. Vergelijkbare subharmonische trilling, maar dan met een lage amplitude, kan zich voordoen in lagers met ringsmering en is waarschijnlijk te wijten aan grenssmering. Andere oorzaken van trilling zijn onronde ashalzen of verkeerd uitgelijnde lagers.

Antifrictielagers hebben vier identificeerbare rotatiedefectfrequenties waarvoor in de literatuur formules voor berekening of tabellen met waarden worden gegeven. Deze defectfrequenties zijn van toepassing op de binnenring, buitenring, kogel- (of wals-)spin en de tandwielkast. Na veel onderzoek is gebleken dat er geen absoluut antwoord kan worden gegeven op de vraag over welke amplitudewaarden acceptabel zijn bij lagerdefectfrequenties. Het belangrijkste waarnaar dan ook moet worden gekeken en dat op aanzienlijke lagerslijtage duidt is de aanwezigheid van een aantal harmonischen van lagerdefectfrequenties, met name als deze worden omgeven door zijbanden die onafhankelijk zijn van amplitude [14]. Het volgen van trillingen dient dan ook plaats te vinden te beginnen bij de installatie, waarbij deze indicatoren moeten worden geobserveerd om de resterende levens-

duur van de lagers te kunnen voorspellen.

III. Identificatie van de oorzaak van trillingsprobleem

Nu we inzicht hebben in de oorzaken van trillingen is het tijd om een systematische aanpak te bedenken om eventuele problemen op te lossen.

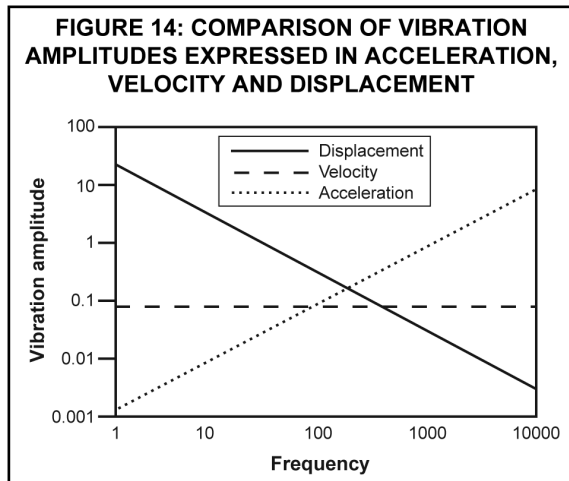
Verzameling/analyse trillingsgegevens

Veel van de details van rotordynamiek, het verzamelen van gegevens over trillingen en analyse zijn niet in detail in dit artikel gepresenteerd. Voor extra informatie kunnen de referenties [1] en [2] worden bestudeerd.

We moeten wel in gedachten houden dat de elektrische trillingsbronnen en de mechanische trillingsbronnen niet noodzakelijkerwijs alle dezelfde fasehoek of exact dezelfde frequentie hebben. Om het allemaal nog erger te maken kan de elektrische trilling moduleren en indien gesuperponeerd op de mechanisch teweeggebrachte trilling resulteren in een algehele trillingssignatuur die wisselvallig is qua amplitude en fase. Door middel van het verzamelen van gegevens, testen en analyseren is het mogelijk de hoofdoorzaak van de trilling vast te stellen.

Eenheden van trilling

Trilling kan worden gemeten in eenheden van verplaatsing (piek-piek, mm of mils), eenheden van snelheid, (nul tot piek, mm/s) of eenheden van versnelling (nul tot piek, aantal g). Versnelling benadrukt hoge frequenties, verplaatsing benadrukt lage frequenties en snelheid geeft een zelfde nadruk op alle frequenties. Deze relatie wordt beter geïllustreerd in figuur 14. In deze figuur is het trillingsniveau constant op 2 mm/s over het hele frequentiebereik, waarbij corresponderende trillingsniveaus worden getoond in versnelling (in aantal g) en verplaatsing (in mm's). Het is mogelijk bij afzonderlijke frequenties van de trilling de ene maateenheid om te zetten in een andere. Om dit te kunnen doen voor een totale trillingsmeting is complete kennis vereist van alle spectrale gegevens (dat wil zeggen, amplitude voor elke frequentieband, voor alle resolutielijnen).



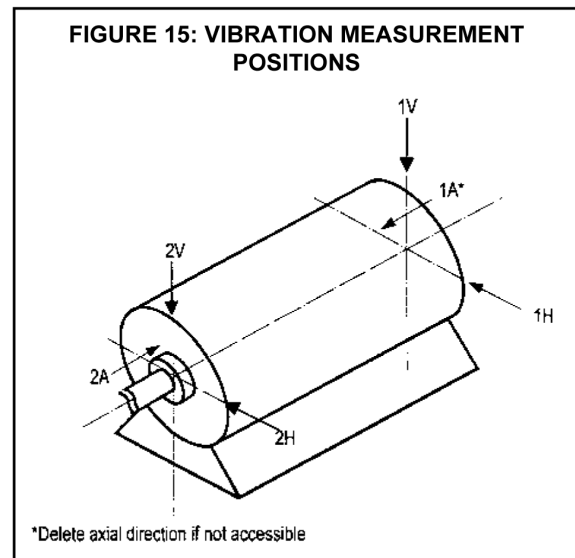
Figuur 14. Vergelijking van trillingsamplitudes uitgedrukt in versnelling, snelheid en verplaatsing.

Vibration amplitude = Trillingsamplitude
 Displacement = Verplaatsing
 Velocity = Snelheid
 Acceleration = Versnelling
 Frequency = Frequentie

Tegenwoordig is verplaatsing de meest gebruikte eenheid voor het meten van astrillingen en snelheid voor het meten van trillingen in behuizingen. Het gebruik van deze eenheden wordt nader toegelicht in de meeste gangbare normen zoals API en NEMA.

Richting van meting

Metingen dienen plaats te vinden in drie vlakken (verticaal, horizontaal en axiaal) op beide lagerhuizen, zoals weergegeven in figuur 15.



Figuur 15. Posities van trillingsmeting

* Axiale richting verwijderen indien niet toegankelijk

Astrilling vs. behuizingstrilling

Het besluit om gegevens te verzamelen over astrillingen of over trillingen in behuizingen is afhankelijk van het type probleem waarmee men te maken heeft. Vaak heeft het zijn voordeel om zowel te beschikken over trillingsgegevens van de as als van de behuizing. Als het probleem zijn oorsprong vindt in de rotor (bijv. onbalans of 'oil whirl'), hebben astrillingsgegevens de voorkeur. Als het probleem zijn oorsprong vindt in de behuizingen of het motorhuis (bijv. trilling met twee keer de lijnfrequentie), hebben behuizingstrillingsgegevens de voorkeur. Trillingen in behuizingen worden over het algemeen gemeten met magnetisch gemonteerde versnellingsmeters. Astrilling kan op twee manieren worden gemeten: met een asstift of met een naderingssensor. Er is een belangrijk verschil tussen de twee methoden om astrillingsgegevens te verkrijgen: de naderingssensor geeft trillingsinformatie van de as ten opzichte van de behuizingen, terwijl metingen die worden verkregen door middel van een asstift absolute (dat wil

zeggen, traagheids-) trillingsinformatie opleveren. Gegevens over trillingen in behuizingen worden altijd verkregen ten opzichte van een absolute referentie. Als de motor naderingssensoren heeft, moeten deze worden gebruikt. Zo niet, kunnen er zorgvuldig naderingssensoren worden geïnstalleerd met magnetische bevestigingsmiddelen. In dat geval is het belangrijk dat de punt van de naderingssensor op een glad, ononderbroken oppervlak wordt geplaatst. Zelfs als deze voorzorgsmaatregel is genomen zal de elektrische wegvloeiing hoger zijn dan in een motor die specifiek is gemaakt voor gebruik met naderingssensoren.

Modulatie vs. snapshot

Een *snapshot* (momentopname) betekent dat er op een bepaald moment spectrale trillingsgegevens worden verkregen. Details van de amplitude vs. frequentie zijn in dit formaat al gauw beschikbaar. Bij een modulatie worden er gedurende een bepaalde periode (gewoonlijk 10 tot 15 minuten) trillingsgegevens verzameld, zodat de variatie in de trilling als functie van de tijd kan worden geanalyseerd. Gewoonlijk worden bij het uitvoeren van een modulatie de volgende frequenties gevolgd: $1/2X$, $1X$, $2X$ en $1f$, $2f$ en algemene trillingsniveaus (dat wil zeggen, ongefilterd), waarin X correspondeert met de rotatiefrequentie en f met de lijnfrequentie. Bovendien zou bij het uitvoeren van de modulatie de fase-informatie moeten worden gevolgd, met name voor de enkelvoudige rotatiefrequentie. Hierdoor wordt de identificatie en de daaruit voortvloeiende correctie van verscheidene trillingsproblemen mogelijk.

Het is soms wenselijk trillingen met twee keer de lijnfrequentie en twee keer de rotatiefrequentie te scheiden. Er zijn verschillende methoden nodig om dit te doen bij nullast en bij vollast. Bij vollast is het verschil in frequentie groot genoeg, zodat de afzonderlijke componenten elk direct kunnen worden gemeten met de meeste trillingsanalysatoren. Maar bij nullast liggen de frequenties zo dicht bij elkaar dat dit niet mogelijk is, zelfs met behulp van de zoommodus op een analysator met hoge resolutie, zodat een indirecte methode is vereist. Dit kan worden bereikt door de $2x$ rpm-waarde te meten bij verlaagde spanning (25%), waarin de $2x$ lijn-

component verwaarloosbaar is, en vervolgens dit af te trekken van de piekwaarde van de $2x$ -component in de modulatie-test, wat de som is van $2x$ lijn- en $2x$ rpm-componenten. Dit is doorgaans alleen mogelijk in de faciliteiten van de motorfabrikant of in een servicewerkplaats voor motoren.

Procedure voor het oplossen van problemen

Als zich een trillingsprobleem voordoet zijn er verschillende tests die zouden moeten worden uitgevoerd. Maar eerst moeten de volgende onderhoudspunten worden gecontroleerd.

Onderhoudspunten

- Ga na of er losse bouten zijn - bevestigingen of andere losse onderdelen
 - Houd de motor schoon van vuil of rommel
 - Controleer op een goede koeling en inlaattemperaturen of verstoppingen zoals poetslappen, pluizen of andere ingesloten zaken die niet in de motor thuishoren
 - Controleer de lager- en statortemperatuur
 - Houd u aan de smeeradvisen
 - Controleer het oliepeil
 - Controleer periodiek op trilling en registreer bevindingen
- De betrokken frequenties en andere trillingskenmerken zijn te vinden in tabel 1 (zie de laatste pagina's van deze uitgave van EMO InfoTech).
- Zijn alle bouten goed aangehaald? Staat de motor niet te wankelen ('soft foot')?
 - Is de uitlijning in warme toestand goed? Als het niet mogelijk is de uitlijning in warme toestand te verifiëren: is de uitlijning in koude toestand geverifieerd (met de juiste thermische compensatie voor verschil tussen koud en warm)?
 - Is er sprake van uitzonderlijke trilling in enig onderdeel, bovendecksel van ommanteling, leidingen (dat wil zeggen, zijn er aan de motor bevestigde onderdelen die resoneren)?
 - Trilt de fundering of het raamwerk waarop de motor is gemonteerd met meer dan 25% van de motortrilling (dat wil zeggen, is er sprake van een zwakke of resonerende motorbasis)?

EMO InfoTech No. 4

- Is er speling bij onderdelen op de motor of de as?
- Zijn ventilatoren en koppelingen intact? - zijn er ventilatorbladen weggesleten of afgebroken, zijn er koppelingbouten die loszitten of ontbreken, zijn de koppelingen voldoende gesmeerd?

Als alle punten hierboven in orde blijken te zijn en de trilling blijft hoog, is een grondige trillingsanalyse nodig.

Er zijn bij het diagnosticeren van een probleem eigenlijk maar twee stappen:

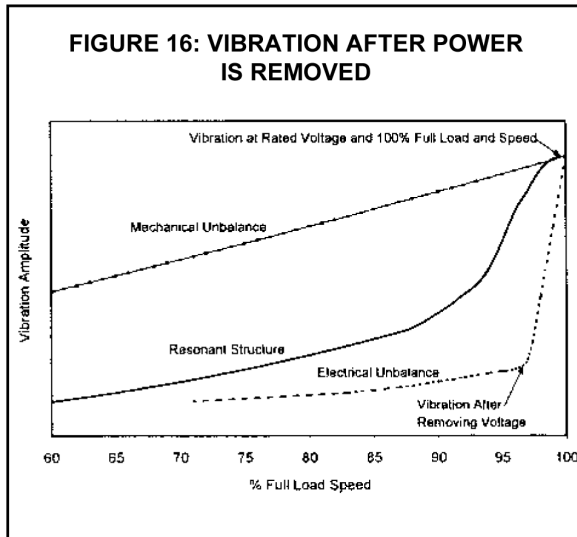
- 1 Trillingsinformatie verkrijgen - niet altijd eenvoudig vanwege ruis, zijbanden, combinatie van signalen, modulatie, enz.
- 2 Vaststellen door middel van verschillende testcondities welke omstandigheden de trilling doen toenemen, afnemen of geen effect hebben op de trilling, teneinde de hoofdoorzaak te helpen isoleren.

In het ideale geval moeten trillingsmetingen worden verkregen bij draaiende motor onder de volgende omstandigheden:

- Belast, gekoppeld, volle spanning, alle condities stabiel (dat wil zeggen, bij normale bedrijfsomstandigheden):
 - eerste meting die moet worden gedaan;
 - vertegenwoordigt toestand van machine in werkelijk bedrijf;
 - kan aangeven welke test hierna moet worden gedaan.
- Onbelast, gekoppeld, volle spanning:
 - verwijdert trilling die verband houdt met belasting, terwijl verder alles gelijk blijft;
 - niet altijd mogelijk nullast te bereiken, maar een stuk minder belasting is meestal wel mogelijk.
- Onbelast, niet-gekoppeld, volle spanning:
 - verwijdert alle effecten van de koppeling en de aangedreven machine;
 - isoleert motor/basissysteem.
- Onbelast, niet-gekoppeld, gereduceerde spanning (indien mogelijk 25%):

- effect van magnetische scheefftrekkrachten tot een minimum gereduceerd (meest effectief gebruik is in vergelijking met trilling bij volle spanning)
- testen met 25% van de bedrijfsspanning doorgaans alleen mogelijk in speciale werkplaatsen voor motoronderhoud of bij de fabrikant van de motor. Als de motor in ster-driehoek is aangesloten, is de sterschakeling effectief 57% spanning vergeleken met de driehoekschakeling bij dezelfde spanning op de klemmen. Een vergelijking van de trilling bij beide schakelingen brengt de spanningsgevoeligheid van de motor aan het licht.
- Onbelast, niet-gekoppeld, vrijloop:
 - maakt elk probleem op gebied van resonantie/kritisch toerental duidelijk voor het hele systeem van motor/basis/aangedreven apparaten;
 - waarneming van veranderingen in de trilling als de motor spanningloos wordt gemaakt, geeft informatie die vergelijkbaar is met draaien bij gereduceerde spanning - zie figuur 16.

Er moeten zowel gegevens uit het frequentiedomein als uit het tijddomein worden verkregen. Tijdens het draaien in vrijloop zullen gegevens in het frequentiedomein (spectrale trillingsgegevens) in een cascadegrafiek worden afgezet tegen het toerental en dit kan zeer nuttige informatie opleveren. Een Bodédiagram zet de amplitude en de fase af tegen het toerental. Het moge duidelijk zijn dat 25% spanning in het veld niet altijd beschikbaar is. Trillingsmeting bij gereduceerde spanning is een van de beste methoden om elektrisch opgewekte trilling (die zich manifesteert bij twee keer de lijnfrequentie) te scheiden van mechanisch opgewekte trilling (die zich manifesteert als twee keer de rotatiesnelheid) in tweepolige motoren. Daarom is deze methode opgenomen.



Figuur 16. Trilling na spanningloos maken van motor.

- Vibration Amplitude = Amplitude trilling
- % Full Load Speed = % vollastoerental
- Vibration at Rated Voltage and 100% Full Load and Speed = Trilling bij nom. spanning en 100% vollast en toerental
- Mechanical Unbalance = Mechanische onbalans
- Resonant Structure = Resonantiestructuur
- Electrical Unbalance = Elektrische onbalans
- Vibration After Removing Voltage = Trilling na verwijderen spanning

Industry Housing Vibration Limits									
	NEMA 1998	NEMA - Pre-1993			API 541 3rd Ed.	API 541 2nd Ed.			IEEE 841
	2,4,6 pole	2 pole	4 pole	6 pole	2, 4, 6 pole	2 pole	4 pole	6 pole	2, 4, 6 pole
Unfiltered (overall)	0.12 in/s (3 mm/s)	1.0 mil (0.03 mm)	2.0 mils (0.05 mm)	2.5 mils (0.06 mm)	0.1 in./s (2.5 mm/s)	0.8 mils (0.02 mm)	1.5 mils (0.04 mm)	1.5 mils (0.04 mm)	0.08 in/s (2.0 mm/s)
Filtered 1X	0.12 in/s 3 mm/s				0.1 in/s (2.5 mm/s)	0.5 mils (0.01 mm)	1.0 mil (0.03 mm)	1.0 mil (0.03 mm)	
Filtered 2X					0.1 in/s (2.5 mm/s)				0.05 in/s (1.3 mm/s)
Filtered 2f					0.1 in/s (2.5 mm/s)				0.05 in/s (1.3 mm/s)

Industry Shaft Vibration Limits							
	NEMA - Pre-1998			API 541 3rd Ed.	API 541 2nd Ed.		
	2 pole	4 pole	6 pole	2, 4, 6 pole	2 pole	4 pole	6 pole
Unfiltered (overall)	1.0 mil (0.03 mm)	2.0 mils (0.05 mm)	2.5 mils (0.06 mm)	1.5 mils (0.04 mm)	2.0 mils (0.05 mm)	2.5 mils (0.06 mm)	3.0 mils (0.08 mm)
Filtered - 1X				1.2 mils (0.03 mm)	1.5 mils (0.04 mm)	2.0 mils (0.05 mm)	2.5 mils (0.06 mm)
Filtered - 2X				0.5 mils (0.01 mm)	1.0 mil (0.03 mm)	1.5 mils (0.04 mm)	1.7 mils (0.04 mm)
Filtered - 2f				0.5 mils (0.01 mm)			

*This table has been updated by EASA from its original printing to reflect changes in NEMA MG 1-1998.

Tabel 2. Trillingsgrenzen*

Trillingsgrenzen

Er is al veel gepubliceerd over 'trillingsgrenzen'. In tabel 2 worden verschillende trillingsgrenzen in de industrie weergegeven. Zowel de huidige versies als oudere versies van deze normen zijn in de tabel opgenomen, omdat er nog vaak naar deze oudere versies wordt verwezen. Bovendien zijn deze trillingsgrenzen voor motoren van toepassing op een motor die op een seismische massa is gemonteerd en ofwel niet is gekoppeld ofwel zo is gekoppeld aan een apparaat dat elke trillingsinvloed van het aangedreven apparaat volledig is geëlimineerd.

Naarmate een motor ouder wordt, kunnen de trillingsniveaus geleidelijk toenemen. Er kan een groot aantal redenen zijn waarom de niveaus in de loop der tijd kunnen toenemen:

- Slijtage van de lagers (glijlagers)
- Losraken van rotorstaven
- Ophoping van vuil in de oliekappen, tussen rotor en stator, enz.
- Wijzigingen in installatiecondities: verslechtering van met cement gestabiliseerde ondergrond, veranderingen in uitlijning, wankelen, enz.
- Speling bij onderdelen die op de motor zijn gemonteerd.

EMO InfoTech No. 4

Als er omstandigheden worden vastgesteld die het trillingsniveau van de motor verhogen, moet dit uiteraard worden gecorrigeerd. Als het om wat voor reden dan ook niet haalbaar is de geconstateerde toestand te verbeteren of de kwalijke conditie vast te stellen, moet het trillingsniveau worden vergeleken met wat de motor aan kan om toch nog veilig te draaien. De juiste trillingsgrenzen voor een specifieke toepassing zijn afhankelijk van verschillende factoren, bijvoorbeeld het toerental, de grootte en het ontwerp van de motor en ten slotte het belang van het proces. Uiteindelijk zijn toelaatbare grenzen voor motortrilling sterk afhankelijk van wat de gebruiker bereid is te tolereren, ingeperkt door de kennis van wat de motor aan kan om toch nog veilig kan draaien. Als er geen andere informatie beschikbaar is, kan tabel 3 fungeren als richtlijn voor grenzen waarboven het risico te groot wordt (alarmgrenzen). Uitschakelgrenzen kunnen worden ingesteld op 10% boven de alarmgrenzen zonder dat daarmee de veiligheid in gevaar wordt gebracht.

Tabel 3. Alarmgrenzen voor motortrilling.

Toerental (rpm)	3.000	1.500	1.000	750
Behuizing mm/s (inch/s)	5 (0,2)	5 (0,2)	5 (0,2)	5 (0,2)
As mm (mils)	0,08 (3,0)	0,09 (3,4)	0,10 (3,9)	0,11 (4,5)

De factor die op deze niveaus de trillingsgrenzen beperkt zijn de motorlagers. Over het algemeen zijn glijlagers (vergeleken met motoren met antifrictielaggers) beperkender wat betreft trillingsgrenzen. Motoren met glijlagers kunnen continu draaien met de helft van hun lagerspeling zonder enige schade op te lopen. Bovendien kunnen zij kortstondig ook bij nog iets hogere niveaus draaien, maar deze hogere grenzen moeten in overleg met de motorfabrikant worden vastgesteld.

Als de motor zich op een zwakke basis bevindt, zijn zowel voor de behuizing als voor de as hogere trillingsgrenzen acceptabel (mits gemeten met een asstift, niet met een naderingssensor). In feite kan de bij de motorvoet gemeten trilling worden afgetrokken van de bij het lager

gemeten trilling. Zie voor meer uitleg figuur 11 en het hoofdstuk over trillingen als respons op gedwongen frequenties (pagina 8).

IV. Conclusie

Trillingsproblemen kunnen uiteenlopen van een hinderlijke kleinigheid tot een indicatie voor een op handen zijnde uitval van de motor. Met gedegen kennis van de principes van een elektromotor en van trillingsanalyse is het mogelijk de hoofdoorzaak van het probleem vast te stellen en, wat nog belangrijker is, de gevolgen van een toegenomen trilling voor de betrouwbaarheid en levensduur van de motor te corrigeren of te verifiëren.

V. Literatuur

- [1] API Standard 541, Third Edition, Form-Wound Squirrel Cage Motors - 250 Horsepower and Larger, Washington, D.C. 1995.
- [2] NEMA Standards Publication No. MG 1-1993, Rosslyn, VA 1996.
- [3] Sommers, Ernest W., "Vibration in Two Pole Induction Motors Related to Slip Frequency", Transaction, AIEE (April 1955), pp. 69-72.
- [4] Brozek, B., "120 Hertz Vibrations in Induction Motors, Their Cause and Prevention", IEEE, Catalog No.71C35-IGA, Paper PLI-7, 1-6 (1971).
- [5] Robinson, R.C., "Line Frequency Magnetic Vibration of A-C Machines", Transaction, AIEE, Power Apparatus and Systems, Vol 81, pp. 675-679, 1962-1963.
- [6] Alger, P.L., "Induction Machines", Second Edition, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1970.
- [7] Finley, W.R., and Burke, R.R., "Troubleshooting Motor Problems", IAS, 1993, IEEE Transactions of Industry Applications, 1994, Vol. 30, No.5.
- [8] Finley, W.R., "Noise in Induction Motors - Causes and Treatments", IAS, 1991, IEEE Transactions of Industry Applications, 1991, Vol. 27, No.6
- [9] Eis, R.O., "Electric Motor Vibration - Cause, Prevention and Cure", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 1A-11, No. 3, May/June 1975.
- [10] Baumgardner, J., "Vibration in Squirrel-Cage Induction Motors", Proceedings of the 18th Turbomachinery Symposium, College Station, TX, pp. 179-183, October 1989.
- [11] Costello, M.J., "Understanding the Vibration Forces in Induction Motors", Proceedings of the 19th Turbomachinery Symposium Dallas, TX, pp. 67-76, September 1990.
- [12] Finley, W.R. and Holter, W.G., "Retrofitting Pipelines with Induction Motors", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 5, September/October 1998.
- [13] Hodowanec, M.M., and Bezesky, D.M., "Field Motor Testing: Procedures Which Limit Amount of Risk Involved", IEEE IAS PCIC Conference Records, pp. 79-90.
- [14] Berry, J.E., "How to Track Rolling Element Bearing Health with Vibration Signature Tracking", Sound and Vibration, pp. 24-35, November 1991.

- [15] Taylor, A.G., "Computer-Assisted Diagnosis of Instability Problems: Four Case Histories", Orbit Publication, Bentley Nevada, Vol. 8, No. 1, pp. 5-13, February 1987.

Copyright © 2000 IEEE. Herdruk - met toestemming - van Record of Conference Papers, IEEE Industry Applications Society, Petroleum and Chemical Industry Conference, September 1999 (Paper No. PCIC-99-20).
Opm.: Dit artikel is eerder gepubliceerd in maart 2002.

